Matemática Contemporânea, Vol. 46, 83–93
http://doi.org/10.21711/231766362020/rmc468

Prismas complementares com 2-atribuição de papéis

Diane Castonguay **Elisângela Silva Dias**
Fernanda Neiva Mesquita

Resumo

A descrição de uma rede social pode ser simplificada pela atribuição de papéis aos indivíduos, de modo que a relação de vizinhança entre os vértices seja preservada. Neste contexto, temos uma atribuição de papéis de um grafo simples, chamado convidado, para um grafo sem arestas múltiplas, chamado anfitrião, que caracteriza um homomorfismo localmente sobrejetor, ou seja, um mapeamento de vértices do grafo convidado para o grafo anfitrião de modo que a relação de vizinhança seja preservada. Ainda que restrito ao caso do grafo anfitrião ter apenas dois vértices, o problema da existência de uma atribuição de papéis, chamada de 2-atribuição, foi demonstrado ser NP-completo por Roberts e Sheng [4]. Consideramos a classe dos prismas complementares, que são os grafos formados a partir da união disjunta do grafo com seu respectivo complemento, adicionadas as arestas de um emparelhamento perfeito entre os vértices correspondentes. Apresentamos como resultado a caracterização da

2000 AMS Subject Classification: 05C75 e 05C78.

Key Words and Phrases: Homomorfismo, Atribuição de papéis, Prisma complementar, Rede social.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001, e da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Goiás – (FAPEG).

2-atribuição de papéis para prismas complementares para cada grafo anfitrião específico. Concluímos que qualquer prisma complementar de um grafo, que não seja o prisma do grafo caminho com três vértices, tem uma 2-atribuição de papéis.

1 Introdução

As atribuições de papéis em grafos foram propostas por Everett e Borgatti [2], que as chamaram de coloração de papéis, cuja origem é a teoria do comportamento social. Neste contexto, podemos questionar se as atribuições de papéis têm entre seus vizinhos exatamente todos os papéis desejados.

O grafo *convidado* G é um grafo simples que representa a comunidade e o grafo *anfitrião* H é um grafo sem arestas múltiplas que representa a relação desejada entre os papéis. Uma H-atribuição de papéis é um *homomorfismo* de G para H que além de preservar as arestas, mantém os conjuntos das vizinhanças.

Dado um h um inteiro positivo, o problema de decidir se determinado grafo convidado G, tem um grafo anfitrião H com h vértices e uma H-atribuição de papéis é chamada h-ATRIBUIÇÃO DE PAPÉIS. A complexidade deste problema foi classificada para grafos gerais por Roberts e Sheng [4] como NP-completo, inclusive para os grafos anfitriões específicos com apenas 2 vértices o problema foi provado ser NP-completo.

Sheng (2003)[5] estudou 2-atribuição de papéis para grafos triangulares. Forneceu um algoritmo guloso para encontrar uma 2-atribuição de papéis em um grafo triângular conexo, não bipartido, com no máximo um vértice pendente. Zhu *et al.* (2016) [6] apresentaram o problema de atribuição de papéis de grupo com fatores de cooperação e conflito. As contribuições de Zhu *et al.* são a formalização do problema proposto, a caracterização da complexidade linear, as simulações e a sistematização da coleta dos fatores essenciais à tomada de decisões em um cenário do mundo real.

Neste trabalho, apresentamos a caracterização de 2-atribuição de papéis para prismas complementares rotulados para cada grafo anfitrião. Os prismas complementares, definidos por Haynes *et al.* [3], são um caso particular do produto complementar, que foi introduzido por generalizar o produto cartesiano.

2 Conceitos Preliminares

Um *grafo* G é um par ordenado $(V(G), E(G))$ em que $V(G)$ é um conjunto de vértices e $E(G)$ é um conjunto de pares não ordenados de vértices de $V(G)$, não necessariamente distintos, chamados de arestas. Consideramos $|V(G)| = n$ e $|E(G)| = m$ e denotamos uma aresta que liga o vértice u ao vértice v por uv. Se $uv \in E(G)$, dizemos que o vértice u é *adjacente* ao vértice v, ou que u é *vizinho* de v. A *vizinhança* de um vértice v, denotada por $N_G(v)$ é o conjunto de todos os vértices adjacentes a v no grafo G.

Um grafo *completo*, denotado por K_n, é um grafo com n vértices no qual há uma aresta entre cada par de vértices distintos. Para $n \geq 2$, um caminho de tamanho n, denotado por P_n, é uma sequência de n vértices distintos dois a dois $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ tal que $x_i x_{i+1} \in E(G)$ para todo $i \in \{1, \ldots, n-1\}$. Para $n \geq 3$, um ciclo de tamanho n, denotado por C_n, é uma sequência de n vértices distintos dois a dois com exceção dos extremos $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ tal que $x_1 = x_n$ e $x_i x_{i+1} \in E(G)$ para todo $i \in \{1, \ldots, n-1\}$.

Dado um grafo G simples e um grafo H sem arestas múltiplas. Um homomorfismo sobrejetor $p : V(G) \to V(H)$ é uma *H-atribuição de papéis de G* se a restrição de p a vizinhança de qualquer vértice de $V(G)$ é sobrejetora, ou seja, $p(N_G(u)) = N_H(p(u))$, com $u \in V(G)$. Para $h = |V(H)|$, dizemos que p é uma *h-atribuição de papéis* de G. Quando $p(u) = i$, dizemos que u tem papel igual a i.

Para determinar se um grafo convidado tem 2-atribuição de papéis em grafos gerais, Roberts e Sheng [4] verificaram todas as possíveis combinações de grafos anfitriões. Se $h = 2$, existem seis possíveis grafos anfitriões, H_1 a H_6 ilustrados na Figura 1. Assumimos, na Figura 1, que os vértices representados em preto têm papel igual a 1 e os demais têm papel igual a 2, representados em branco.

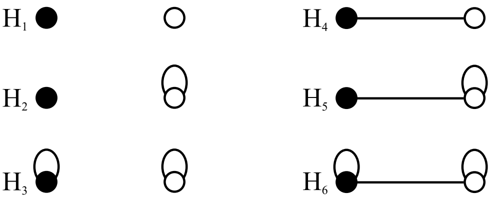

Figura 1: Possíveis grafos anfitriões decorrentes da 2-atribuição de papéis.

Para cada $x \in V(G)$, denotamos por $\overline{x}$ seu vértice correspondente em $\overline{G}$. O prisma complementar de G é definido por $V(G\overline{G}) = \{x, \overline{x} \mid x \in V(G)\}$ e $E(G\overline{G}) = E(G) \cup E(\overline{G}) \cup \{x\overline{x} \mid x \in V(G)\}$.

Conforme Dourado [1], se o grafo convidado G é conexo, então o grafo anfitrião de cada atribuição de papel de G também é conexo. Esta propriedade é valida para qualquer grafo convidado e para qualquer grafo anfitrião. É facil constatar que o prisma complementar é sempre conexo, portanto as possibilidades de H_1 a H_3 não existem. Serão analisados apenas os casos de H_4, H_5, e H_6.

Lembramos que Roberts e Sheng [4], mostram que um grafo G tem uma H_4-atribuição de papéis se e somente se G é bipartido e não tem vértices isolados. No mesmo artigo, Roberts e Sheng [4] mostram que o problema de 2-atribuição de papéis é NP-completo para os grafos anfitriões específicos H_5 e H_6.

Claramente, o problema de 2-atribuição de papéis gera mais possibilidades do que quando restringimos o grafo anfitrião. De fato, o prisma complementar do grafo C_4 não possui H_5-atribuição de papéis, mas possui uma H_6-atribuição de papéis (veja na Figura 2) o que faz dele uma instância afirmativa para o problema de 2-atribuição de papéis. Uma instância negativa para o problema de 2-atribuição de papéis é dada pelo prisma complementar do grafo P_3.

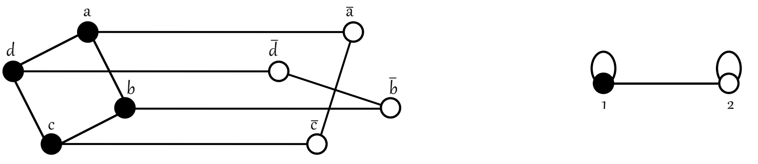

Figura 2: Prisma complementar do grafo C_4 com uma H_6-atribuição de papéis.

3 Resultados

Nesta seção, caracterizaremos quando $G\overline{G}$ tem H-atribuição de papéis para $H \simeq H_4, H_5$ e H_6, começando por H_4.

Teorema 3.1. *O prisma complementar de G tem H_4-atribuição de papéis se e somente se $n \leq 2$.*

Prova. ($\Rightarrow$) Ao supor que $n \geq 3$, mostramos que o prisma complementar não é bipartido. Seja $G' \subseteq G$ com $|V(G')| = 3$. Temos que G' é isomorfo a $K_3, \overline{K_3}, P_3$ ou $\overline{P_3}$. Dividiremos a prova em dois casos, exibindo em cada um deles um ciclo ímpar em $G\overline{G}$. Se $G' \simeq K_3$ ou $\overline{K_3}$, então temos $C_3 \simeq K_3 \subseteq G\overline{G}$. Se não, $G' \simeq P_3$ ou $\overline{P_3}$. Podemos supor, sem perda de generalidade, que $G' \simeq P_3$, ou seja, que $V(G') = \{a, b, c\}$ e $E(G') = \{ab, bc\}$. Logo, em $G\overline{G}$, temos o ciclo $\{a, b, c, \bar{c}, \bar{a}, a\}$ de comprimento 5. O resultado segue de Roberts e Sheng [4] e do fato do prisma complementar ser conexo.

($\Leftarrow$) Por Roberts e Sheng [4], um grafo G tem uma H_4-atribuição de papéis, se e somente se G é bipartido e não tem vértices isolados. Se $n \leq 2$, é facilmente verificado que o prisma complementar satisfaz estas condições. $\square$

Para se ter uma H_5-atribuição de papéis, um grafo tem que ter pelo menos 3 vértices. No caso do prisma complementar, isso implica que G tem pelo menos 2 vértices. O primeiro caso a analisar é o grafo completo com 2 vértices ou mais.

Lema 3.2. *O prisma complementar de K_n tem H_5-atribuição de papéis para $n \geq 2$.*

Prova. Consideramos $p : V(K_n\overline{K_n}) \to V(H_5)$, definido por $p(x) = 2$ para $x \in V(K_n)$ e $p(\overline{x}) = 1$ para $\overline{x} \in V(\overline{K_n})$. Como $n \geq 2$, se $x \in V(K_n)$, então temos que $p(N_{G\overline{G}}(x)) = \{1, 2\}$ e $p(N_{G\overline{G}}(\overline{x})) = \{2\}$. Logo, por definição, p é uma H_5-atribuição de papéis. □

Em virtude do lema anterior, e dado que o prisma complementar do grafo P_3 não tem 2-atribuição de papéis, podemos supor a seguir que $n \geq 4$. Para facilitar a caracterização das 2-atribuição de papéis, utilizamos a classe dos grafos *split*. Um grafo G é *split*, se $V(G)$ for particionado em uma *clique* denominada de C e um *conjunto independente* denominado de I. Denominamos (C, I) de *partição split* de G. A princípio, mostramos o caso de G ser *split* com cada membro da partição não sendo unitário.

Lema 3.3. *Seja G um grafo split e (C, I) uma partição split de G, tal que $|I| \geq 2$ e $|C| \geq 2$. Então o prisma complementar tem uma H_5-atribuição de papéis.*

Prova. Consideramos $p : V(G\overline{G}) \to V(H_5)$, tal que:

$$p(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } x \in I \cup \overline{C}; \\ 2, & \text{senão.} \end{cases}$$

Se $x \in I$, como $N_{G\overline{G}}(x) = \{\overline{x}\} \cup N_G(x) \subset C \cup \overline{I}$, temos que $p(N_{G\overline{G}}(x)) = \{2\}$. Da mesma forma, se $\overline{x} \in \overline{C}$, temos que $p(N_{G\overline{G}}(\overline{x})) = \{2\}$.

Se $x \in C$, como $|C| \geq 2$, existe $y \in C - \{x\}$. Claramente, $y \in N_{G\overline{G}}(x)$, como $p(y) = 2$ e $p(\overline{x}) = 1$, temos que $p(N_{G\overline{G}}(x)) = \{1, 2\}$. Da mesma forma, se $\overline{x} \in \overline{I}$, temos que $p(N_{G\overline{G}}(\overline{x})) = \{1, 2\}$. □

O próximo teorema mostra o caso de qualquer grafo *split* de ordem $n \geq 4$.

Teorema 3.4. *Se G é um grafo split de ordem $n \geq 4$, então o prisma complementar tem uma H_5-atribuição de papéis.*

Prova. Pelo Lema 3.2, podemos supor que $G \not\simeq K_n$ ou $\overline{K_n}$. Logo, existe uma partição *split* (C, I) com $C \neq \emptyset$ e $I \neq \emptyset$. Se $|I| \geq 2$ e $|C| \geq 2$, o resultado segue do Lema 3.3. Uma vez que G não é isomorfo a K_n, nem a $\overline{K_n}$, existe $xy \in E(G)$ tal que $x \in C$ e $y \in I$. Dado que $|C| = 1$, temos que $C = \{x\}$. Consideramos $C' = \{x, y\}$ e $I' = I - \{y\}$, temos que (C', I') é uma partição *split* de G. Como $n \geq 4$, temos que $|I| \geq 3$ e logo $|I'| \geq 2$. Portanto, podemos aplicar o Lema 3.3 à partição *split* (C', I'). Se $|I| = 1$, então $|C| \geq 3$, como G não é isomorfo a K_n, temos que existe $xy \notin E(G)$ com $x \in I$ e $y \in C$. Consideramos $C' = C - \{y\}$ e $I' = \{x, y\}$, temos que (C', I') é uma partição *split* de G satisfazendo a hipótese do Lema 3.3, então G tem uma H_5-atribuição de papéis. $\square$

Os dois próximos resultados analisarão o caso de G não ser *split*.

Lema 3.5. *Seja G um grafo não split, tal que I é um conjunto independente maximal de G e C uma clique maximal de $G - I$ com $|C| \geq 2$. Então, o prisma complementar tem uma H_5-atribuição de papéis.*

Prova. Consideramos $V' = V(G) - (C \cup I)$. Como G não é *split*, então $V' \neq \emptyset$. Definimos $p : V(G\overline{G}) \to V(H_5)$, por:

$$p(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } x \in I \cup \overline{C}; \\ 2, & \text{senão.} \end{cases}$$

Se $x \in I$, então $N_{G\overline{G}}(x) = \{\overline{x}\} \cup N_G(x) \subseteq \{\overline{x}\} \cup C \cup V'$ e temos que $p(N_{G\overline{G}}(x)) = \{2\}$. Se $\overline{x} \in \overline{C}$, então $N_{G\overline{G}}(\overline{x}) = \{x\} \cup N_{\overline{G}}(\overline{x}) \subseteq \{x\} \cup \overline{I} \cup \overline{V'}$ e temos que $p(N_{G\overline{G}}(x)) = \{2\}$.

Se $x \in C$, então $p(\overline{x}) = \{1\}$. Como $|C| \geq 2$, existe $y \in C$, tal que $xy \in E(G)$ e $p(y) = 2$, logo $p(N_{G\overline{G}}(x)) = \{1, 2\}$. Se $x \in V'$, então $p(\overline{x}) = 2$. Já que I é um conjunto maximal, existe $y \in I$, tal que $xy \in E(G)$ e $p(y) = 1$. Logo, $p(N_{G\overline{G}}(x)) = \{1, 2\}$. Se $\overline{x} \in \overline{I}$, então $p(x) = 1$. Logo, $p(N_{G\overline{G}}(\overline{x})) = \{1, 2\}$. Se $\overline{x} \in \overline{V'}$, então $N_{G\overline{G}}(\overline{x}) = \{x\} \cup N_{\overline{G}}(\overline{x})$ e $p(x) = 2$. Temos que C é uma clique máximal de $G - I$, logo existe $y \in C$ tal que $xy \notin E(G)$. Portanto, $\overline{y} \in N_{G\overline{G}}(\overline{x})$ e $p(\overline{y}) = 1$, e assim

$p(N_{G\overline{G}}(\overline{x})) = \{1, 2\}$. Então, $G\overline{G}$ tem uma H_5-atribuição de papéis. □

Como veremos na demonstração do Teorema a seguir, se o grafo convidado não é *split* e não satisfaz as condições do Lema 3.5, o grafo convidado G é bipartido. Como $G \not\simeq C_4$ e $\overline{C_4}$ não tem H_5-atribuição de papéis, completamos os casos possíveis com o teorema a seguir:

Teorema 3.6. *Seja G um grafo bipartido não split com $n \geq 5$ vértices. Então o prisma complementar tem uma H_5-atribuição de papéis.*

Prova. Como G é bipartido, existe uma partição (A, B) na qual A é um conjunto independente máximo. Claramente, $|A| \geq |B|$ e A contém G_0 (o conjunto dos vértices isolados de $V(G)$). Como G não é um grafo *split*, então $|B| \geq 2$. Logo, $|A| \geq 3$, pois senão $|A| = |B| = 2$ e $n \geq 4$, uma contradição já que $n \geq 5$. Queremos mostrar que sempre existe uma aresta $ab \in E(G) \cap (A \times B)$ tal que para qualquer $v \in B - \{b\}$, existe $u \in A - \{a\}$ com $uv \in E(G)$. Suponhamos que não é o caso. Logo, para toda aresta $ab \in E(G)$ existe $v \in B - \{b\}$ tal que $uv \notin E(G)$ para todo $u \in A - \{a\}$. Como A é um conjunto independente máximo, temos que $av \in E(G)$. Concluímos que $|A - G_0| < |B|$, logo $B \cup G_0$ é um conjunto independente maior que A, uma contradição.

Consideramos $p : V(G\overline{G}) \to V(H_5)$, tal que:

$$p(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } x \in A - \{a\} \cup x = \overline{a} \text{ ou } x = \overline{b}; \\ 2, & \text{senão.} \end{cases}$$

Para qualquer $x \in A - \{a\}$, $N_{G\overline{G}}(x) \subseteq \{\overline{x}\} \cup B$ e temos que $p(N_{G\overline{G}}(x)) = \{2\}$. Além disso, $\overline{a}\overline{b} \notin E(\overline{G})$ implica que $N_{G\overline{G}}(\overline{a}) \subseteq \{a\} \cup V(\overline{G}) - \{\overline{a}, \overline{b}\}$, ou seja, $p(N_{G\overline{G}}(\overline{a})) = \{2\}$. Da mesma forma, $p(N_{G\overline{G}}(\overline{b})) = \{2\}$.

Para qualquer $x \in B - \{b\}$, pela hipótese, existe $u \in A - \{a\}$ tal que $ax \in E(G)$. Uma vez que $p(u) = 1$ e $p(\overline{x}) = 2$, concluímos que $p(N_{G\overline{G}}(x)) = \{1, 2\}$. Desde que $p(a) = 2$ e $p(\overline{b}) = 1$, temos que $p(N_{G\overline{G}}(b)) = \{1, 2\}$. Da mesma forma, $p(\overline{a}) = 1$ e $p(b) = 2$, temos que $p(N_{G\overline{G}}(a)) = \{1, 2\}$. Temos que $|A| \geq 3$, para $\overline{x} \in \overline{A} - \{\overline{a}\}$, assim temos que $p(x) = 1$. Existe

$y \in A - \{a, x\}$ tal que $p(\overline{y}) = 2$, obtemos que $p(N_{G\overline{G}}(\overline{x})) = \{1, 2\}$. Para finalizar, se $\overline{x} \in B - \{b\}$, como $p(\overline{b}) = 1$ e $p(x) = 2$, temos que $p(N_{G\overline{G}}(\overline{x})) = \{1, 2\}$. Portanto, $G\overline{G}$ tem uma H_5-atribuição de papéis. □

A seguir apresentamos as condições suficientes para que o prisma complementar de um grafo G tenha uma H_5-atribuição de papéis.

Teorema 3.7. *Se $n \geq 2$ e $G \not\simeq P_3$, $\overline{P_3}$, C_4 ou $\overline{C_4}$, então o prisma complementar tem uma H_5-atribuição de papéis.*

Prova. O caso em que $G \simeq K_n$ ou $\overline{K_n}$ é tratado pelo Lema 3.2. Logo, $G \not\simeq K_n$ ou $\overline{K_n}$ e $n \geq 4$, já que $G \not\simeq P_3$ ou $\overline{P_3}$. Se G é *split*, utilizamos o Teorema 3.4. Supomos que G não é *split*, I é um conjunto independente maximal de G e C uma clique maximal de $G - I$. Se $|C| \geq 2$, aplicamos o Lema 3.5. Podemos supor que $|C| = 1$, ou seja, $G - I$ não possui arestas. Logo, G é bipartido com partição $(I, V(G) - I)$. Como $G \not\simeq C_4$ ou $\overline{C_4}$ e temos que $n \geq 5$, aplica-se o Teorema 3.6. □

Terminamos com a caracterização dos prismas complementares com H_6-atribuição de papéis.

Teorema 3.8. *O prisma complementar de G tem um H_6-atribuição de papéis se e somente se G e $\overline{G}$ não têm vértices isolados.*

Prova. $(\Rightarrow)$ Seja p uma H_6-atribuição de papéis de $G\overline{G}$. Suponhamos que existe um vértice x isolado em G. Logo, $|N_{G\overline{G}}(x)| = 1$. Como $N_{G\overline{G}}(p(x)) = \{1, 2\}$, temos uma contradição, uma vez que $\overline{G}$ não possui vértice isolado. Sendo assim,
$(\Leftarrow)$ Consideramos $p : V(G\overline{G}) \to V(H_6)$, tal que:

$$p(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } x \in V(G); \\ 2, & \text{senão.} \end{cases}$$

Seja $x \in V(G)$, então $p(x) = 1$ e temos que ver que $p(N_{G\overline{G}}(x)) = \{1, 2\}$. Como G não possui vértices isolados, existe um $y \in N_G(x)$. Logo, $y \in$

$N_{G\overline{G}}(x)$ e $p(y) = 1$. Além disso, temos $\overline{x} \in V(\overline{G})$, logo $\overline{x} \in N_{G\overline{G}}(x)$, $p(\overline{x}) = 2$. Logo, $p(N_{G\overline{G}}(x)) = \{1, 2\}$.

Seja $x \in V(\overline{G})$, logo $\overline{x} \in N_{G\overline{G}}(x)$ e $p(\overline{x}) = 2$. Existe um $b \in V(G)$ tal que $(x, b) \notin E(G)$. Logo, $(\overline{x}, \overline{b}) \in E(\overline{G})$, assim $\overline{x}, \overline{b} \in N_{G\overline{G}}(x)$, como $p(x) = 1$ e $p(\overline{b}) = 2$. Logo, $p(N_{G\overline{G}}(x)) = \{1, 2\}$. Então, o prisma complementar tem uma H_6-atribuição de papéis. □

Concluímos que todos os prismas complementares, com exceção de P_3 ou $\overline{P_3}$, têm uma 2-atribuição de papéis.

Teorema 3.9. *O prisma complementar de G tem 2-atribuição de papéis se e somente se $G \not\cong P_3$ e $G \not\cong \overline{P_3}$.*

Prova. ($\Rightarrow$) Segue do fato que o prisma complementar do grafo P_3 não tem 2-atribuição de papéis.

($\Leftarrow$) Segue dos Teorema 3.1, do Teorema 3.7 e do Teorema 3.8. □

Este trabalho é resultado de uma pesquisa de doutorado em andamento. Estamos trabalhando em caracterizar os prismas complementares com 3-atribuição de papéis. Conjecturamos que para $h = 3$ o problema seja de complexidade de tempo linear e para $h \geq 4$, seja NP-completo.

Referências

[1] M. C. Dourado, *Computing role assignments of split graphs.* Theoretical Computer Science, Elsevier, 635(2016) : 74 – 84.

[2] M. G. Everett e S. Borgatti, *Role colouring a graph.* Mathematical Social Sciences, 21.2(1991) : 183 – 188.

[3] T. W. Haynes, M. A. Henning, P. J. Slater e L. C. van der Merwe, *The complementary product of two graphs.* Bulletin of the Institute of Combinatorics and its Applications, 51(2007) : 21 – 30.

[4] F. S. Roberts e L. Sheng, *How hard is it to determine if a graph has a 2-role assignment?.* Networks, 37.2(2001) : 67 – 73.

[5] L. Sheng, *2-Role assignments on triangulated graphs.* Theoretical Computer Science, 304.1 – 3(2003) : 201 – 214.

[6] H. Zhu, Y. Sheng, X. Zhou, Y. Zhu, *Group Role Assignment With Cooperation and Conflict Factors.* SIEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 48.6(2016) : 851 – 863.

Diane Castonguay
Instituto de Informática
Universidade Federal de Goiás
Goiânia, Brasil
diane@inf.ufg.br

Elisângela Silva Dias
Instituto de Informática
Universidade Federal de Goiás
Goiânia, Brasil
elisangela@inf.ufg.br

Fernanda Neiva Mesquita
Instituto de Informática
Universidade Federal de Goiás
Goiânia, Brasil
fernandaneiva@inf.ufg.br